

# L'AFFASCINANTE MESTIERE DEL MATEMATICO

## INCONTRO CON GLI STUDENTI DELLE QUINTE

**PORDENONE 18 NOVEMBRE 2004.**

**Mario Ferrari - Pavia**

### **1 - INTRODUZIONE**

La matematica vive una situazione molto strana:

- E' studiata in tutti gli ordini scolastici ed in tutte le classi, dalla prima elementare alla quinta superiore. Nella stessa situazione si trova solo l'italiano.
- E' sempre più usata in tutti i settori dello scibile umano, dalle discipline scientifiche a quelle umanistiche e sociali.
- Quasi tutte le lauree prevedono un corso di matematica, almeno sotto forma di corso di informatica o di statistica.
- Il numero delle riviste di matematica, italiane ed estere, è enorme, anche se nessuna di esse è venduta nelle edicole.

EPPURE...

- Non mi pare che sia aumentato il gradimento e la popolarità della matematica.
- Non è diminuito il timore, la paura della matematica.
- E' sempre molto basso, anzi ha avuto un crollo negli ultimi anni, il numero delle persone che decidono di dedicare alla matematica la loro vita, ovviamente in forme diverse.

Le cause di questi aspetti negativi sono molte. Fra esse, a mio parere, c'è l'ignoranza, nel senso letterale di non conoscenza, degli sbocchi lavorativi di una laurea in matematica e del "mestiere del matematico" cioè di quale sia l'attività specifica, caratteristica di un matematico.

Quanto agli sbocchi lavorativi mi limito a dirvi che quelli che vanno a insegnare sono una minoranza, meno del 50% dei laureati in matematica.

Quanto al "mestiere del matematico" cerco di dirvi qualcosa di più, presentandovi quello che penso io.

### **2 – IL MESTIERE DEL MATEMATICO: PORSI PROBLEMI**

La prima caratteristica del mestiere del matematico è quella di porre e porsi problemi.

Non è un caso che molti lavori matematici dei Babilonesi, degli Egizi, dei Greci, delle botteghe d'abaco medievali e rinascimentali siano composti esclusivamente o principalmente da problemi. Potremmo definire la matematica come "la disciplina degli indovinelli intelligenti".

I problemi che si pone il matematico, o che vengono posti al matematico, sono di due tipi.

**Interni alla matematica.**

Il matematico riflette sulla sua disciplina e si trova davanti ad un sacco di problemi. Ne elenco qualcuno.

1 - La matematica sta in piedi, ha solidi e indiscutibili fondamenti, oppure è traballante, non sa su che cosa si poggia, ha all'interno delle contraddizioni insanabili? E' il problema dei "Fondamenti della matematica" che ha conosciuto una fase virulenta nella prima metà del novecento.

2 - Voi tutti sapete che cosa sono i numeri primi. Un problema che i matematici si sono posti è il seguente: quanti sono i numeri primi? Conoscete anche voi la risposta che è stata data da Euclide più di duemila anni fa. Ma i matematici si sono posti anche un altro problema: dopo aver scoperto che ci sono i **numeri primi gemelli**, cioè numeri primi che differiscono di 2, come (3, 5), (5, 7), (11, 13), ecc. si sono domandati: quanti sono i numeri primi gemelli?

3 - Voi sapete che ogni numero naturale ha un quadrato, un cubo, una quarta potenza, ecc. che sono ancora numeri naturali.

I matematici si sono domandati: esistono coppie di numeri, maggiori di 1, tali che la somma dei loro quadrati sia un numero quadrato?

Questo problema si traduce nella notissima equazione:  $x^2 + y^2 = z^2$  che esprime il teorema di Pitagora. Il problema, quindi, è stato risolto circa 2500 anni fa.

Era, anche, naturale domandarsi: esistono coppie di numeri, maggiori di 1, tali che la somma dei loro cubi sia un cubo?

Qui entra in gioco l'equazione:  $x^3 + y^3 = z^3$ . Esistono?

Più in generale, l'equazione  $x^n + y^n = z^n$  ha soluzioni in numeri naturali maggiori di 1?

D questa equazione si sono interessati anche i giornali una decina di anni fa.

### **Esterni alla matematica.**

Sono problemi che vengono posti al matematico, o che vengono affrontati con strumenti matematici, e che nascono nel mondo delle scienze sperimentali, delle scienze economiche, della medicina, delle scienze sociali, ecc. Solo qualche rapido cenno.

1 - Fisica. I libri di fisica assomigliano sempre di più a libri di matematica. Pensate a quanti concetti di fisica, come velocità istantanea, accelerazione, forza, lavoro, ecc. sono stati tradotti, e precisati, con i concetti matematici di derivata, integrale, spazio vettoriale.

Einstein ha elaborato la teoria della relatività usando i concetti matematici costruiti dal matematico padovano Ricci Curbastro. Non è un caso che sia stato un matematico, Von Neumann, a scrivere "I fondamenti matematici della meccanica quantistica", le cui diverse visioni avevano assicurato il premio Nobel per la fisica ad Heisenberg nel 1932 e a Schrödinger nel 1933.

Un problema più semplice. In matematica si parla di grandezze omogenee come lunghezze, aree, volumi. Esse si possono sommare e confrontare. Queste grandezze sono misurabili. In fisica è grandezza tutto ciò per cui esiste un procedimento di misura. L'operazione fondamentale fra queste grandezze è la moltiplicazione. Ecco il problema: non si può costruire una teoria generale delle grandezze, che le abbracci tutte e nel cui interno si possano ritrovare quelle dei matematici e dei fisici?

2 - Meteorologia. Quante volte abbiamo sentito alla televisione, per le previsioni del tempo, frasi di questo tipo: "Secondo il modello matematico elaborato dalla Epson computer, si prevede che...".

Si tratta di modelli complicati che devono tener conto di molte variabili e di moltissimi dati sperimentali. Questo spiega il grande margine di incertezza nelle previsioni.

3 - Economia. Il film "A beautiful mind" ha fatto conoscere un matematico, Nash, vincitore del premio Nobel nel 1994 per l'economia per la teoria de "L'equilibrio di Nash".

### 3 – IL MESTIERE DEL MATEMATICO: RISOLVERE PROBLEMI.

Porsi problemi è indubbiamente segno di intelligenza acuta e la formulazione di un problema può scatenare intense attività di ricerca che fanno progredire la matematica.

E' importante, però, anche risolvere problemi. Qui assistiamo a situazioni diversissime.

1 – Ci sono problemi profondi, che fanno intervenire l'infinito, e che sono stati risolti con tecniche semplicissime accessibili a studenti di prima superiore. E' il caso della infinità dei numeri primi risolte da Euclide, circa tre secoli prima di Cristo, con una dimostrazione di poche righe.

2 – Ci sono problemi dalla formulazione molto semplice che hanno fatto ammattire i matematici per secoli e che alla fine sono stati risolti con tecniche molto raffinate e centinaia di pagine di dimostrazione. E' il caso del teorema di Fermat dimostrato da Wiles nel 1995.

3 – Ci sono problemi che hanno resistito per decine di anni ad ogni attacco dei matematici che lavoravano con carta e penna, ma che, alla fine, sono stati risolti con l'intervento massiccio dei calcolatori, mandando in crisi l'idea tradizionale di dimostrazione che avevano i matematici. E' il caso del problema dei 4 colori, cioè del fatto che ogni carta geografica può essere colorata usando al più 4 colori usando colori diversi per le regioni confinanti. Il problema è stato risolto da Appel e Haken nel 1976 con l'aiuto di un calcolatore che ha richiesto migliaia di ore di tempo macchina.

4 – Ci sono problemi la cui formulazione è comprensibile ad un bambino di quinta elementare, ma che nonostante la loro longevità e l'attacco dei matematici, rimangono ancora oggi problemi non risolti.

E' il caso, per esempio, della "Congettura di Golbach" la quale afferma che ogni numero pari maggiore di 2 si può scrivere come somma di due numeri primi. Questa congettura ha più di 250 anni e, forse, nel terzo millennio i matematici diranno su di essa la parola fine. Anche con l'uso di potentissimi calcolatori non è stato trovato nessun controesempio, ma ancora non è stato dimostrato che **ogni** numero pari si può scrivere come somma di due numeri primi. La situazione attuale è la seguente: il cinese Cheng è arrivato a dimostrare che ogni numero pari "abbastanza grande" si può scrivere come somma di un numero primo e di un numero quasi primo, cioè un numero che è prodotto di due numeri primi. "Abbastanza grande" vuol dire "maggiore di un certo numero  $q$ ", ma nessuno sa quale sia questo  $q$ .

I matematici, invece, sono nel buio più totale per quanto riguarda la infinità o no dei numeri primi gemelli. Con il cuore dicono che sono infiniti, ma con la ragione devono confessare "ignoramus", non lo sappiamo. I guai sono che non si intravedono neppure vie di attacco promettenti al problema.

5 – Per finire questa parte dirò che la soluzione di un problema può consistere nel dimostrare che il problema non ha soluzioni.

E' il caso dei tre problemi classici dell'antichità greca: con riga e compasso

- duplicare il cubo
- trisecare un angolo
- quadrare il cerchio.

Nel corso del XIX secolo si è dimostrata la loro irrisolvibilità.

## 4 – IL MESTIERE DEL MATEMATICO: GODERE DELLA PROPRIA DISCIPLINA.

E' importante che, qualunque sia il mestiere che una persona esercita, trovi in esso soddisfazione, riesca a creare delle forme belle, a costruire delle "cose" che soddisfano il suo gusto estetico.

E' ben noto che il gusto estetico è molto soggettivo: ciò che appaga e fa godere una persona può lasciare completamente indifferente un'altra persona o addirittura suscitare sentimenti di repulsione. L'idea di bellezza, il senso estetico, il gusto ed il godimento per un'opera non solo varia da persona a persona, ma anche da epoca a epoca. Questo spiega, per esempio, il sorgere di correnti artistiche antagoniste, l'esaltazione, la dimenticanza e la ripresa di interesse ed esaltazione per correnti e per singoli artisti.

Vivaldi, per esempio, è stato riscoperto nella seconda metà del novecento, Bach è diventato di moda con Mendelsson; ora c'è una ripresa di interesse per l'arte barocca, ecc.

Il matematico nello svolgere il suo mestiere cerca di creare delle "cose" belle, belle almeno per lui e per gli altri dello stesso mestiere, ma che possono risultare belle anche a chi capisce qualcosa di matematica. Le "cose" belle possono essere enunciati, dimostrazioni, formule. Scrive il matematico inglese Hardy: "Il matematico, come il pittore ed il poeta, è un creatore di forme. Le forme create dal matematico, come quelle create dal pittore e dal poeta, devono essere **belle**; le idee, come i colori o le parole, devono legarsi armoniosamente: La bellezza è il requisito fondamentale: al mondo non c'è un posto perenne per la matematica brutta."

Il matematico, una volta risolto un problema, magari percorrendo prima strade sbagliate che non portavano da nessuna parte, passa ad un'opera di sistemazione:

- purifica il linguaggio mettendo tutte e sole le parole necessarie
- lascia traccia solo della strada che lo ha portato alla soluzione
- concatena in modo essenziale i passaggi della dimostrazione
- cerca di tradurre in formule le idee in modo da renderle leggibili e comprensibili.

In una parola, cerca di creare delle forme belle che soddisfino anzitutto lui nella speranza che possano essere apprezzate anche da altri.

E' ovvio che non tutte le ciambelle riescono con il buco.

A me riesce difficile pensare che sia bella la dimostrazione di Wiles con le sue 200 pagine di lunghezza, ma questo fa parte delle opinioni personali. E non trovo affatto belle formule che si snodano per due o tre righe con tanti simboli diversi.

Tuttavia i matematici hanno creato "cose" bellissime che possono essere gustate da tutti.

Penso, per esempio, alle formule:

- $2n$  che cattura tutti i numeri pari
- $2n + 1$  che esprime tutti i numeri dispari
- $ax^2 + bx + c = 0$  che descrive tutte le infinite equazioni di secondo grado. Ci sono voluti secoli perché i matematici, con Cartesio, arrivassero a questa formula
- $ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f = 0$  che descrive tutte le coniche faticosamente costruite da Apollonio e ampliate, lungo i secoli, a situazioni "degeneri".

La più bella formula della matematica, però, è quella di Eulero, e ci voleva il suo genio per inventarla. E' una formula che riunisce tutti i grandi protagonisti, i big assoluti della matematica.

Eccola:

$$e^{i\pi} - 1 = 0$$

Un discorso analogo può essere fatto per alcune dimostrazioni che, a mio parere, sono di una bellezza assoluta, cioè per tutti.

Penso alla dimostrazione della infinità dei numeri primi: quattro righe per risolvere un problema profondo.

Penso alla irrazionalità di  $\sqrt{2}$ : poche righe per determinare la prima grande crisi culturale del mondo occidentale.

Il discorso potrebbe essere allargato alle figure che ora possono essere ottenute con l'intervento del calcolatore, ma non voglio esagerare e neppure chiedo che d'ora in avanti tutti siate presi da un sacro fuoco per la bellezza della matematica.

De gustibus, afferma un vecchio detto, non est disputandum. Vi chiedo solo di tener presente che nel mestiere del matematico c'è anche questa dimensione.

## **5 – IL MESTIERE DEL MATEMATICO: IMPARARE A PARLARE IN MODO PULITO.**

La nostra è l'era della **comunicazione**: hanno successo i grandi comunicatori attraverso i mezzi di comunicazione di massa. E' stata inventata una laurea in "Scienze della comunicazione" frequentata da migliaia di studenti. Quello della comunicazione è effettivamente un grande problema stante la nutra sociale dell'uomo e il fatto che vive in comunità sempre più interrelate fra di loro.

Anche la matematica, nella sua storia millenaria, si è posto il problema della comunicazione e l'ha risolto in tre tappe.

La prima tappa, la più lunga, è quella in cui ha fatto ricorso al linguaggio naturale, di tutti i giorni: tutto veniva descritto e spiegato a parole, con la ricchezza e l'ambiguità del linguaggio ordinario. E' il periodo che viene denominato "retorico".

La seconda tappa, iniziata verso il terzo secolo dopo Cristo con Diofanto, ha cominciato a fare ricorso a delle abbreviazioni, almeno per i termini più squisitamente matematici. Ciascun matematico, però, usava sue personali abbreviazioni creando abbastanza confusione. E' il così detto periodo "sincopato".

Infine, con Viète e Cartesio, iniziata la terza tappa con l'uso massiccio del simbolismo per tutti i concetti matematici. E' il periodo "simbolico" nel quale anche noi viviamo. La soluzione è ottimale per la comunicazione "ad intra" cioè fra matematici o, al più, fra persone che quel simbolismo conoscono. Il grosso problema, però, è quello della comunicazione "ad extra" cioè a tutte le persone che sono solo utilizzatrici della matematica o ad essa sono interessate o comunque curiose.

Questo problema non è stato risolto. I matematici non sono buoni comunicatori del proprio mestiere e della propria disciplina: temono di non essere precisi, di volgarizzare troppo, di essere fraintesi, di essere presi in giro dai propri colleghi. E così tacciono o comunicano in modo incomprensibile ai più. E la matematica viene ignorata, ritenuta cosa misteriosa, roba da geni o da patiti.

C'è da sperare nelle nuove generazioni, nei laureati in Scienza delle comunicazioni, sempre che essi imparino anche un po' di matematica.

## **6 – IL MESTIERE DEL MATEMATICO: IMPARARE A GIOCARE**

All'inizio ho detto che la matematica è la disciplina degli indovinelli intelligenti. Ora aggiungo “e giocosi”.

Michele Cipolla, un matematico italiano, nella introduzione ad un lungo articolo intitolato “Matematica ricreativa” scrive: “Lo spirito umano che vive e si affanna nell'indagine, abbisogna di stimoli adatti a tale sua precipua attività, e niente è più idoneo di ciò che riesce a ricrearlo nella sua fatica. Ond'è che nei primi albori della Scienza matematica sono spesso le questioni ricreative che danno l'impulso all'investigazione e promuovono le teorie.” Non solo nei “primi albori”, ma durante tutta la sua storia i giochi matematici sono stati presenti, inventati, risolti dando origine, magari, a nuove teorie. Un grande inventore di giochi matematici, Martin Gardner, scrive: “I più grandi matematici hanno sempre considerato la loro materia come una fonte di intenso piacere intellettuale e di rado hanno esitato ad occuparsi di problemi divertenti.”

E' forse il caso di ricordare che la topologia, una branca della matematica molto importante e ora molto in voga, ha avuto origine dal gioco di Eulero sulla possibilità di percorrere tutti i ponti di Königsberg passando una sola volta su ognuno di essi.

Un gioco che ha affascinato i matematici è quello dei quadrati magici:

- si incomincia con i quadrati magici classici di ordine tre
- si opera una progressiva “deregulation” ammettendo che i numeri non siano consecutivi, poi che si possano ripetere,
- infine si utilizzano numeri interi relativi e si costruisce sui quadrati magici una struttura di gruppo commutativo.

La letteratura sui giochi matematici è sterminata e sarebbe bene utilizzarla anche a scuola.

## **7 – IL MESTIERE DEL MATEMATICO: CONCLUSIONE.**

Ho finito. Nutro una sola speranza: che il mestiere del matematico non vi appaia più né misterioso né ripugnante, né inutile. Per me sarebbe già un successo. Non oso sperare che vi appaia affascinante. Sarebbe troppa grazia, ma qualche volta succedono anche i miracoli.